

## DÉTECTION DE FISSURES DE RESPIRATION DE FATIGUE PAR EXCITATION HARMONIQUE ET ANALYSE TEMPS-FRÉQUENCE

***Ouahabi A.<sup>1</sup>, Thomas M.<sup>1</sup> et Lakis A.A.<sup>2</sup>.***

*<sup>1</sup>Département de Génie Mécanique, École de technologie supérieure  
1100, rue Notre-Dame Ouest, Montréal, Québec, H3C 1K3. CANADA*

*[lamac\\_hakim@yahoo.fr](mailto:lamac_hakim@yahoo.fr) [marc.thomas@etsmtl.ca](mailto:marc.thomas@etsmtl.ca)*

*<sup>2</sup>Département de Génie Mécanique, École Polytechnique,  
Montréal, Québec, H3C 3A7, Canada*

### RÉSUMÉ :

Dans la surveillance de l'intégrité structurale, de multiples techniques non destructives telles que la thermographie, le courant de Foucault, et/ou la surveillance vibratoire peuvent être utilisées pour détecter les changements structuraux produits par la corrosion, les dommages de rivets ou les fissures. L'objectif de cette étude est de développer des techniques de surveillance efficaces pour détecter des dommages structuraux quand ils se produisent. Pour répondre à ce problème, de nombreuses études se sont basées sur le fait que les fréquences naturelles doivent baisser lorsque la structure présente un affaiblissement. L'approche modale ne fonctionne que lorsque la fissure reste ouverte, et le comportement vibratoire dans ce cas peut être considéré linéaire. Toutefois, la surveillance modale s'est avérée peu sensible et ne détecte le défaut que lorsque la fissure devient importante. Dans cette étude, nous nous sommes intéressés spécialement aux fissures de fatigue de respiration. Lorsqu'on a une fissure de respiration due à la fatigue, celle-ci s'ouvre et se ferme alternativement sous l'effet de l'effort dynamique. Désormais, le comportement vibratoire est non linéaire et les fréquences naturelles varient constamment. L'analyse modale ne peut plus être appliquée. Cette variation de rigidité induit une variation des fréquences naturelles ainsi que du taux d'amortissement. Elle a comme conséquence une modulation de l'amplitude de la réponse pendant un cycle, ce qui génère des harmoniques de la fréquence d'excitation. La nouvelle méthode que nous proposons consiste à injecter à la structure une excitation harmonique à la moitié de la première fréquence naturelle. Si il y a fissure, la non linéarité génère des harmoniques de la fréquence d'excitation, la fréquence naturelle se trouve alors excitée et l'analyse Temps- Fréquence nous révèle son importance. Dans le cas contraire, on obtient une simple réponse harmonique. Cet article montre les développements théoriques et expérimentaux de cette nouvelle méthode appliquée aux poutres et aux plaques composites.

### 1. INTRODUCTION

La présence d'une fissure dans une structure présente une flexibilité locale qui affecte la réponse dynamique. D'ailleurs, une fissure de fatigue est une fissure qui s'ouvre et se ferme dans le temps selon les conditions de charge et l'amplitude de la vibration. Les changements des caractéristiques dynamiques peuvent être mesurés et mènent à une identification des changements structuraux, qui pourraient par la suite être utile à la détection d'une présence d'une fissure [1]. Plusieurs investigations analytiques, numériques et expérimentales existent

maintenant. La plupart des chercheurs assument dans leurs travaux que la fissure dans un élément structural reste ouverte pendant les vibrations. Cette hypothèse a été faite pour éviter les complexités qui résultent de la présence des caractéristiques non linéaires en présence des fissures de respiration [2]. Pendant la période de vibration d'une structure fissurée, la fissure ne reste pas toujours ouverte. Dans ce cas, le système est non linéaire. Actis *et al.* [3] ont utilisé la méthode des éléments finis pour étudier une poutre simplement appuyée avec une fissure de respiration. Ils ont fait l'hypothèse que, quand le moment de flexion change de signe, la fissure change d'état : ouverte à fermée ou bien le contraire. Thomas *et al.* [4] ont présenté une étude théorique et numérique du comportement vibratoire d'une poutre encastree libre à rigidité variable sous une excitation harmonique. Ils ont prouvé que, pour la détection des fissures de respiration, une excitation harmonique à la moitié de la fréquence naturelle est une technique très efficace. Qian *et al.* [5] ont étudié les effets de l'ouverture et la fermeture d'une fissure sur le comportement dynamique des structures en utilisant un modèle d'éléments finis. Chondros *et al.* [6] ont développé une théorie de vibration des poutres continues fissurées pour la vibration latérale des poutres d'Euler-Bernoulli avec une fissure ou deux fissures. De son côté, Li [7] a étudié la présence de fissures et de zones corrodées dans les plaques homogènes. Leonard *et al.* [8] ont montré qu'une analyse Temps-Fréquence semble utile pour identifier la présence d'une fissure.

## 2. STRATEGIE DE DETECTION

Dans cet article, un modèle de fissure de respiration est développé. Pour la détection d'une fissure de respiration, une excitation harmonique à la moitié de la fréquence naturelle est appliquée avec une analyse fréquentielle au double de la fréquence d'excitation correspondant à la fréquence naturelle (figure 1).

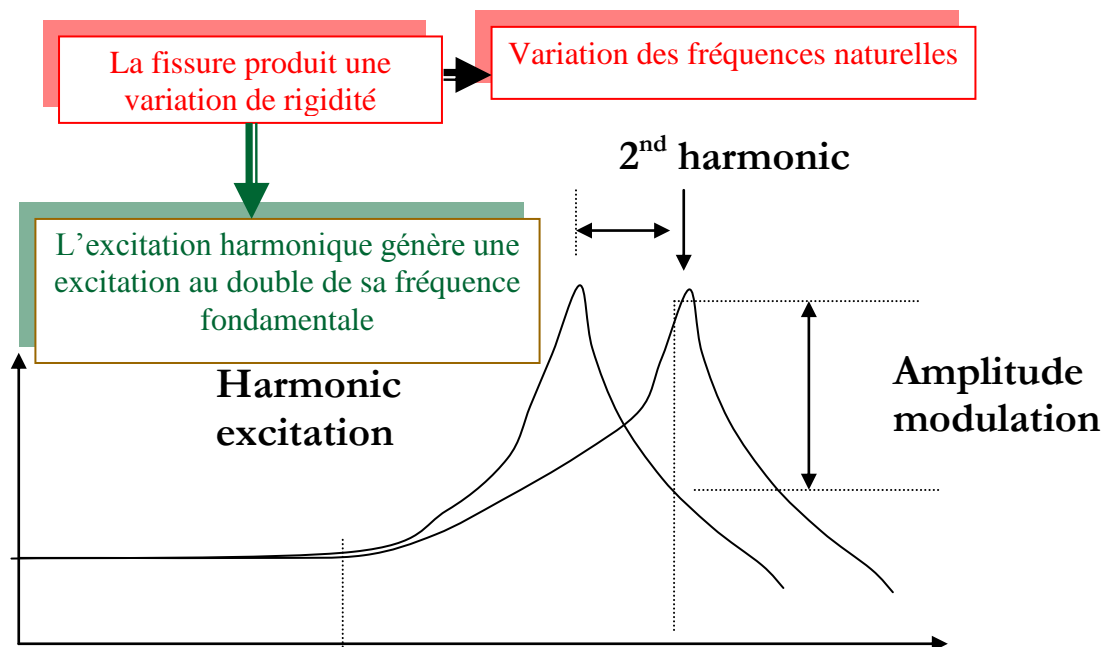


Figure 1 Stratégie de détection

Les analyses sont effectuées dans les deux domaines, temporel et fréquentiel. La méthode a été développée pour des poutres fissurées avec différentes profondeurs de fissures, puis numériquement appliquée pour l'identification de la délamination dans des plaques composites.

### 3. MESURE DE LA VARIATION DE LA RIGIDITÉ

Dans le but de mieux comprendre et de développer un modèle de la variation de la rigidité pour des structures fissurées dont la fissure est une fissure de respiration, des essais de compression et de traction sont effectués sur quatre poutres en porte-à-faux. Les poutres sont de section  $25 \times 25$  mm avec une longueur de 180 mm. Trois d'entre elles sont fissurées avec différentes profondeurs de fissures (10.4%, 13.6% et 14.4% de la hauteur de la poutre) tandis qu'une est maintenue intacte (figure 2).



**Figure 2** : Poutres fissurées

Pour chaque poutre, la rigidité a été mesurée statiquement dans les directions de tension et de compression en accroissant la charge ( figure 3).

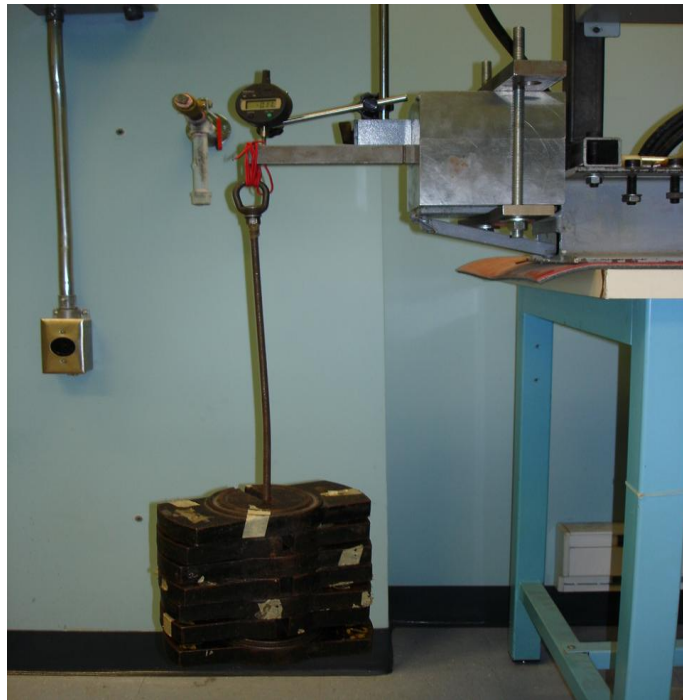
La figure 4 montre la variation de rigidité pour chaque poutre. La poutre 1 est intacte, la rigidité est restée constante lors de l'application de la charge. Comme attendu, les rigidités des poutres décroissent lorsque la charge est appliquée en tension, et retrouvent leurs rigidités initiales une fois qu'on décharge. L'affaiblissement de la rigidité est d'autant plus prononcé que la profondeur de fissure est importante. Par contre, pour une faible profondeur de fissure (poutre 2 : 10.4%), la rigidité retrouve rapidement sa valeur initiale comparée aux autres poutres fissurées.

La variation de la rigidité a été interpolée par une fonction sinusoïdale qui peut également être modélisée en utilisant une forme polynomiale :

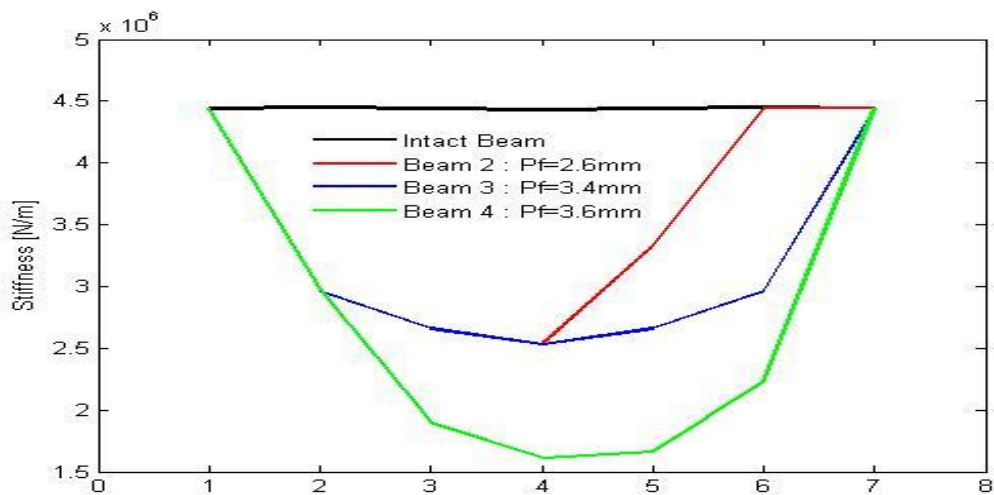
$$k = k_0 + 100P_f (a_0 + a_1t + a_2t^2) = k_0 + 100P_f \sin \omega t \quad (1)$$

où

- $k_0$  représente la rigidité de la poutre intacte ( $4.5 \cdot 10^6$  N/m pour la poutre 1) ;
- $P_f$  est la profondeur de la fissure (mm) ;
- $a_i$  : des constantes qui dépendent de la profondeur de la fissure ;
- $\omega$  est la fréquence d'excitation (rad/s).



**Figure 3 :** Mesure des rigidités des poutres



**Figure 4.** Variation de la rigidité des poutres

#### 4. MODELISATION DE LA FISSURE DE RESPIRATION

Les changements engendrés par la présence de la fissure au niveau des propriétés intrinsèques des poutres, et leurs influences sur la réponse en déplacement ont été étudiés. L'application d'une force harmonique à l'extrémité libre de la poutre fissurée, produit des oscillations. Dans ce cas, la poutre va subir des forces de traction et de compression. En compression, la fissure est fermée, on admet comme équation de mouvement pour notre poutre, celle d'une poutre intacte (figure 5).

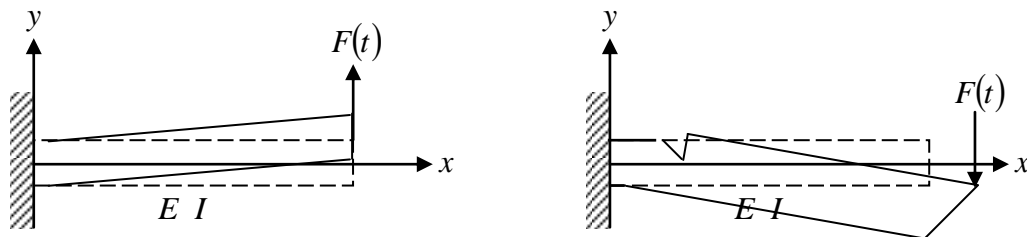


Figure 5 Fissure de respiration

C'est seulement en état de traction que la fissure apparaît. En conséquence la rigidité décroît en fonction du temps. Selon l'équation (1), la variation de la rigidité peut être exprimée comme suit :

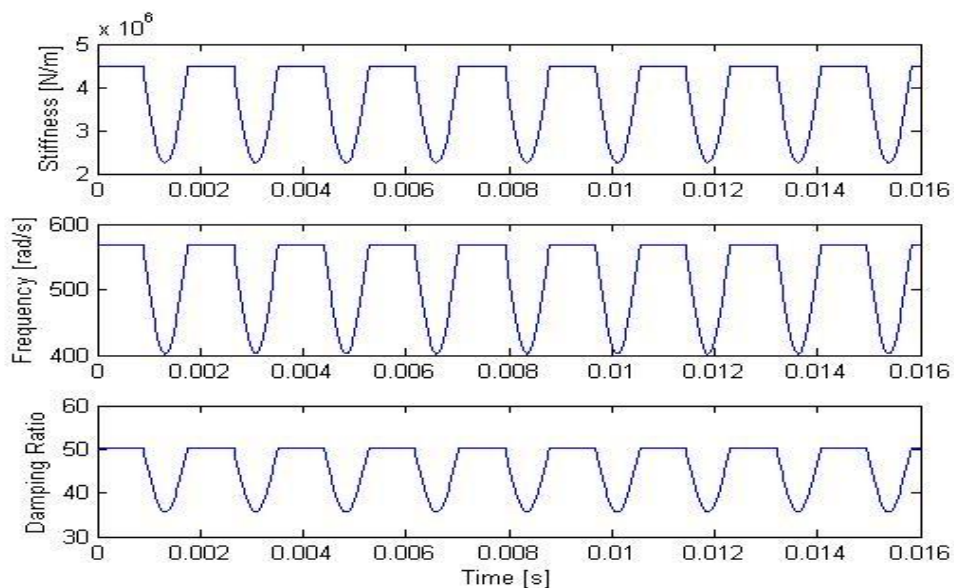
$$k_t = \begin{cases} k_0 & \text{si } t < T/2 \\ k = k_0 + 100P_f a_0 + a_1 t + a_2 t^2 = k_0 + 100P_f \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) & \text{si } t \geq T/2 \end{cases} \quad (2)$$

dont  $T$  est la période de l'excitation (sec).

Pour une rigidité non linéaire, l'équation du mouvement peut être exprimée par l'expression suivante : (hypothèse d'un système à un seul degré de liberté) :

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + k_t u(t) = m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + k_0 u(t) + 100P_f \sin \omega t \quad (3)$$

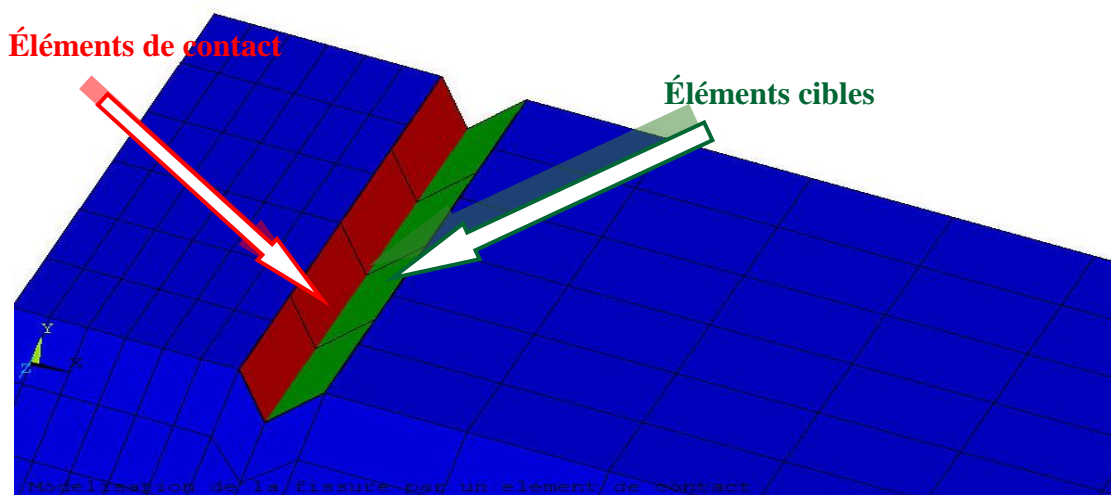
Comme la rigidité varie, la fréquence naturelle et l'amortissement critique varient. Cette variation affecte le taux d'amortissement. La variation temporelle à chaque demi période de la rigidité, de la fréquence naturelle et du taux d'amortissement sont montrés sur la figure 6.



**Figure 6.** Variations des propriétés intrinsèques des poutres fissurées

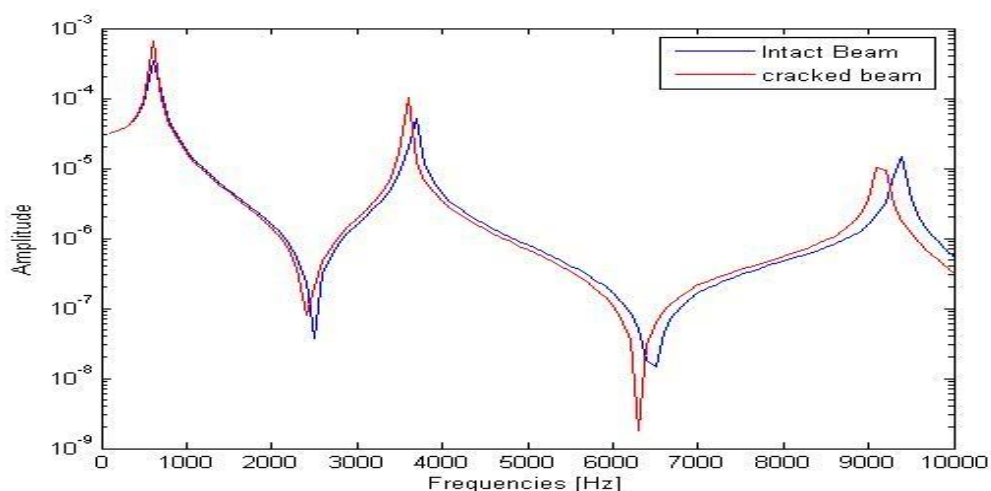
## 5. SIMULATION NUMÉRIQUE DES POUTRES FISSURÉES

Des essais de fatigue ont été effectués sur trois poutres pour créer des fissures de fatigue [8]. La quatrième a été maintenue intacte. Les paramètres modaux ont été mesurés pour chaque poutre fissurée. La fissure de chaque poutre a été numériquement modélisée par la méthode des éléments finis en utilisant des éléments de contact (figure 7).



**Figure 7.** Modélisation de la fissure par éléments de contact

La figure 8 montre l'effet de la fissure (poutre 4 : 14.4%) sur les fréquences naturelles comparées avec celles de la poutre intacte.



**Figure 8.** Réponse harmonique de la poutre fissurée comparée à celle intacte.

On peut remarquer que l’affaiblissement de la fréquence numérique est plus sensible à la troisième fréquence qu’à la première. Pour valider ces résultats numériques, une analyse modale a été réalisée en appliquant la technique d’impact (figure 9) [9].



**Figure 9:** Chaîne de mesure pour l’analyse modale expérimentale

La comparaison de ces fréquences naturelles numériques avec des mesures expérimentales montre une bonne concordance (tableau 1).

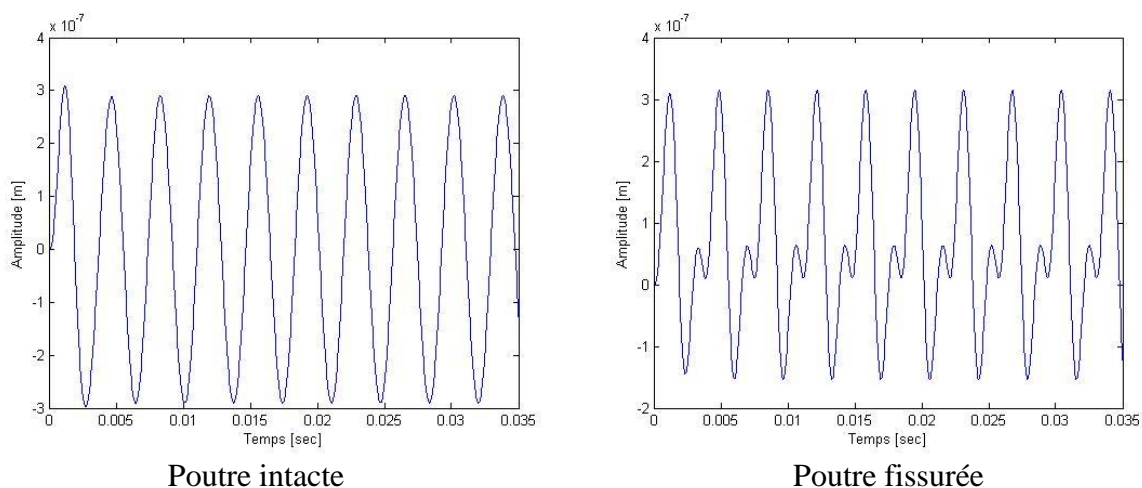
<b>Poutre intacte 0 mm</b>	<b>Poutre 2 2.60 mm 10.4 %</b>	<b>Poutre 3 3.40 mm 13.6 %</b>	<b>Poutre 4 3.60 mm 14.4 %</b>
<b>594</b>	<b>578</b>	<b>569</b>	<b>541</b>
<b>3180</b>	<b>3100</b>	<b>3045</b>	<b>3020</b>
<b>8170</b>	<b>7940</b>	<b>7918</b>	<b>7910</b>

**Tableau 1** Fréquences naturelles expérimentales (Hz)

## 6. RÉPONSE FRÉQUENTIELLE ET ANALYSE TEMPS-FRÉQUENCE POUR UNE EXCITATION HARMONIQUE À LA MOITIÉ DE LA FRÉQUENCE NATURELLE

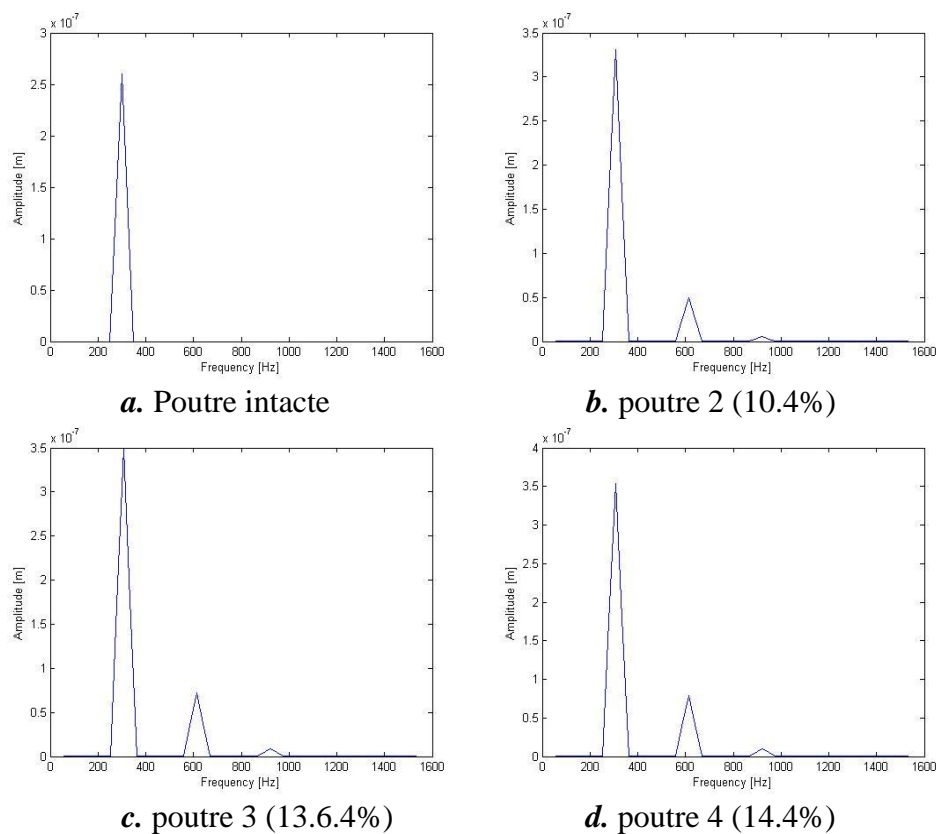
La stratégie proposée consiste à faire subir à la structure une excitation harmonique à la mi-fréquence naturelle de la structure fissurée. La poutre intacte montre une vibration harmonique pure, tandis que la poutre fissurée exhibe une vibration périodique plus complexe dans le domaine temporel (figure 10).

La transformée de Fourier de la réponse temporelle montre que dans le domaine fréquentielle, la poutre intacte présente seulement une réponse à la fréquence d'excitation alors que la poutre fissurée exhibe la fréquence d'excitation et ses harmoniques dues au comportement non linéaire de la rigidité (figure 11). De plus, la deuxième harmonique de la fréquence d'excitation coïncide avec la fréquence naturelle et par conséquent, elle est amplifiée. On peut noter que la surveillance de l'amplitude de vibration à la deuxième harmonique de la fréquence d'excitation permet l'identification d'une structure endommagée, et cette amplitude croît avec la sévérité de l'endommagement (figure 12).

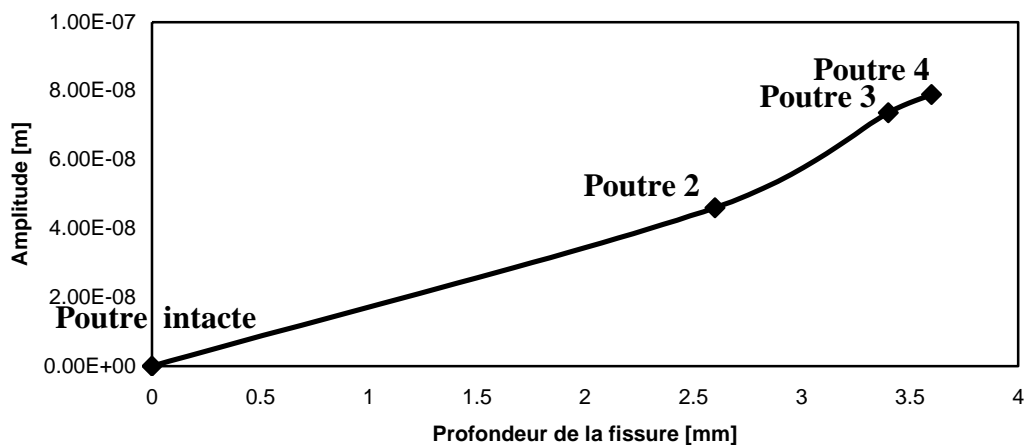


**Figure 10** : Réponse temporelle de la poutre à la mi-fréquence de résonance



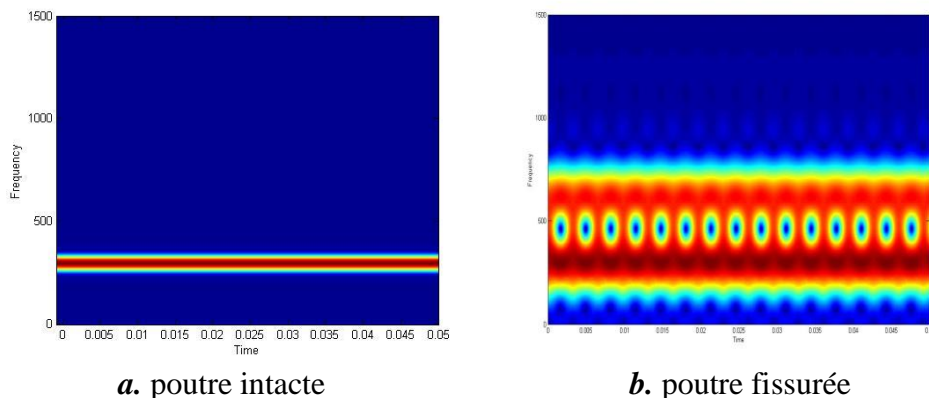


**Figure 11.** Réponse fréquentielles des poutres



**Figure 12.** Variation de l'amplitude à la deuxième harmonique de la fréquence d'excitation en fonction de la profondeur de la fissure

Une analyse Temps-Fréquence (STFT) est montrée sur la figure 13. Le spectrogramme révèle la modulation d'amplitude périodique à la fréquence naturelle lorsque la fissure est présente tandis que le signal est purement harmonique à la fréquence d'excitation pour la poutre intacte.



**Figure 13.** Spectrogramme de la poutre intacte et fissurée pour une excitation à la mi-fréquence naturelle

## 7. APPLICATION POUR L'IDENTIFICATION DE LA DÉLAMINATION DANS DES PLAQUES COMPOSITES

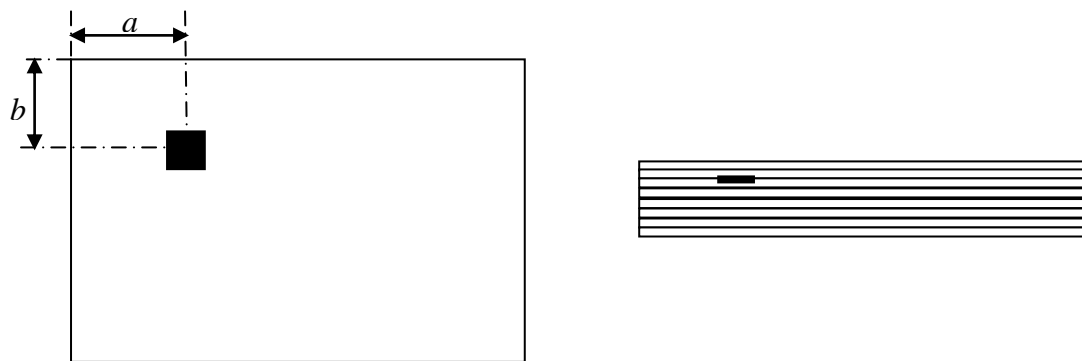
La méthode développée a été appliquée à des plaques composites afin d'identifier une délamination (Figures 14 et 15). Les plaques sont constituées de 8 plis, symétriques. Les orientations des fibres des quatre premières couches sont respectivement :  $[0^\circ/45^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{\text{sym}}$  de dimensions : 457 mm  $\times$  395 mm  $\times$  3.4 mm et le défaut de type délamination est localisée à des distances  $a = 190$  mm et  $b = 170$  mm. Les plaques intacte et endommagée ont été numériquement modélisée par éléments finis. Les propriétés matérielles suivantes ont été considérées :

$$E_1 = 120 \text{ GPa}, E_2 = E_3 = 6.9 \text{ GPa}, G_{12} = G_{23} = G_{13} = 5.2 \text{ GPa}, \nu_{12} = 0.3, \nu_{23} = \nu_{13} = 0.01$$

La délamination a été simulée en tuant ( propriétés très faibles) l'élément correspondant à cette couche.

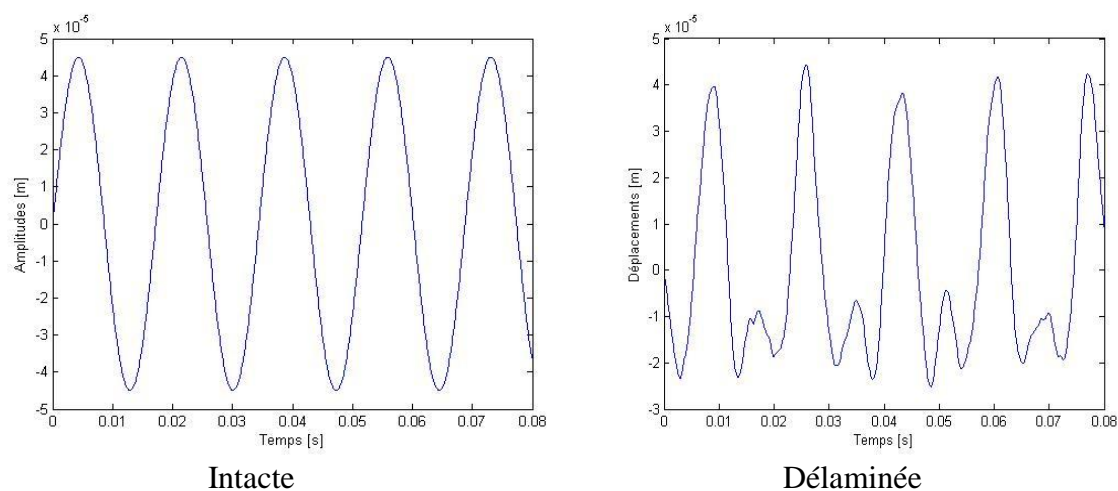


**Figure 14 :** Plaques composites



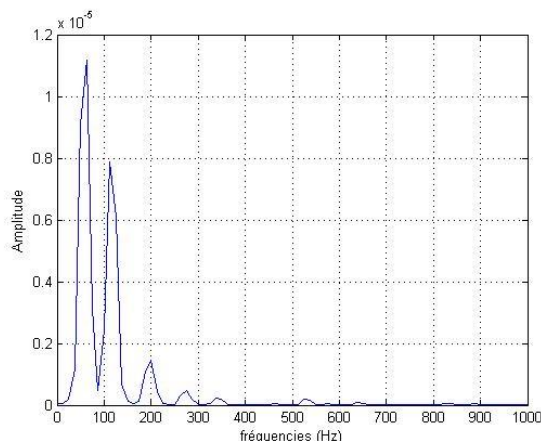
**Figure 15.** Géométrie de la plaque composite avec délamination

Les fréquences naturelles pour la plaque intacte ont été calculées à : 116.3Hz, 196.6Hz, 273.9Hz, 332.4Hz et 342.4 Hz. La figure 16 montre la réponse temporelle de la plaque intacte et celle avec la délamination pour une excitation égale à la mi-fréquence de résonance.



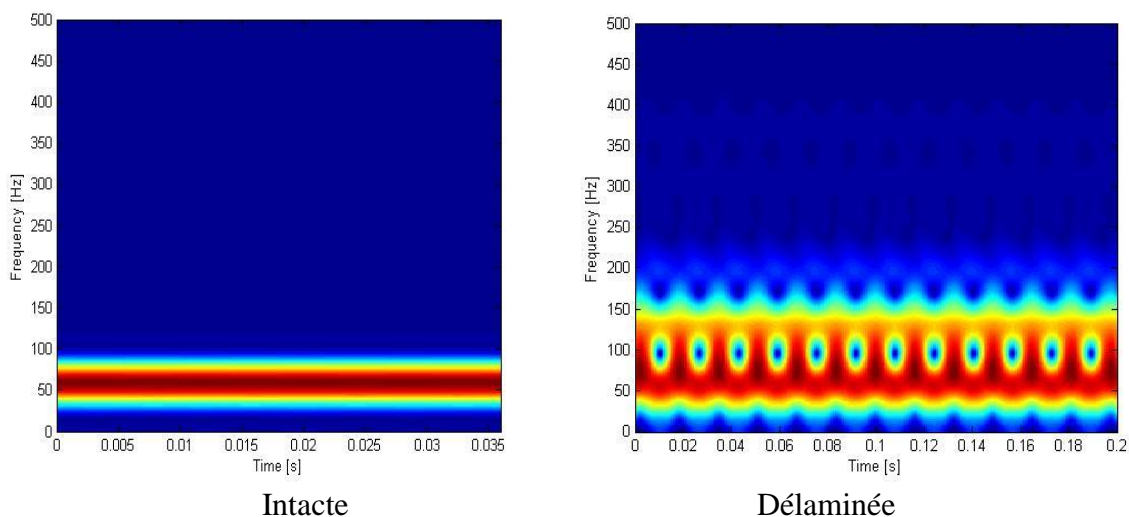
**Figure 16 :** Réponse temporelle de la plaque intacte et de la plaque avec délamination pour une excitation égale à la mi-fréquence de résonance

Une analyse du signal fréquentiel (figure 17) indique que la deuxième harmonique de la fréquence d'excitation est amplifiée due à sa coïncidence avec la fréquence naturelle. Cette présence des harmoniques avec des amplitudes élevées permet l'identification des dommages dans la plaque due à la non linéarité de la rigidité.



**Figure 17.** Spectre du composite délaminé

L'analyse Temps-Fréquence (SFTF) confirme le diagnostic en montrant une modulation d'amplitude à deux fois la fréquence d'excitation (figure 18). Sur le spectrogramme, la modulation d'amplitude périodique peut être clairement remarquée lors de l'excitation à la moitié de fréquence naturelle. L'amplitude diminue et augmente à nouveau à chaque demi cycle tandis qu'elle est maintenue constante pendant l'autre demi cycle.



**Figure 18.** Analyse Temps-Fréquence de la plaque composite endommagée

## 8. CONCLUSIONS

Une nouvelle stratégie pour l'identification des fissures ou des délaminations dans les structures a été développée. Elle consiste à exciter la structure à la moitié de sa première fréquence naturelle. Une structure intacte montre un signal harmonique pur à la fréquence d'excitation tandis que les structures endommagées montrent des harmoniques de la fréquence d'excitation dues au comportement non linéaire de la rigidité. En fait la rigidité de la structure diminue à chaque demi cycle et est maintenue constante pendant l'autre demi du cycle. Ceci a comme conséquence les variations de la fréquence naturelle et du taux d'amortissement. Quand la fréquence d'excitation est accordée à la moitié de la fréquence naturelle, la deuxième harmonique coïncide avec la fréquence naturelle ayant pour résultat l'amplification

d'amplitude à cette fréquence. Par conséquent la surveillance de l'amplitude de la vibration à la deuxième harmonique peut être employée pour identifier un défaut dans la structure. En outre, en raison de la variation de la fréquence naturelle, une excitation à une fréquence constante proche de la fréquence naturelle a comme conséquence une modulation d'amplitude à cette fréquence. Par conséquent, le diagnostic de défaut peut être confirmé par une analyse Temps-Fréquence. Cette méthode a été développée pour des poutres fissurées en porte-à-faux et a été appliquée numériquement à l'identification de la délamination dans des plaques composites. Ces résultats préliminaires semblent prometteurs pour les futurs travaux dans le but de la détection et de la localisation des fissures. Une étude expérimentale extensive avec des capteurs intégrés (MEMS) devra être menée pour confirmer la validité opérationnelle de la méthode en industrie.

## 9. RÉFÉRENCES

1. Thomas M., Nguyen H., Hamidi L., Massoud M. and Piaud J.B., *Detection of rotor cracks by experimental modal analysis*, Transactions of the Canadian Society of Mechanical Engineering, 1995 **19**(2): pp 155-174.
2. Thomas M., Lakis A.A., Hamidi L. and Massoud M., *Rotor health monitoring by modal analysis*, Proceedings of the 20<sup>th</sup> seminar on machinery vibration, Quebec, 2002, pp 4.20- 4.29.
3. Actins, R.I. and A.D. Dimarogonas. *Non-Linear Effects Due to Closing Cracks in Vibrating Beam*. in *12th ASME Conference on Mechanical Engineering, Vibration and Noise*. 1989. Montreal, Canada.
4. Thomas, M. and A. A. Lakis. *Breathing Crack Detection by Time-Frequency Analysis*. in *30th International conference on Computers and Industrial Engineering*. 2002. Tinos, Greece, 10 p.
5. Qian, G.-L., S.-N. Gu, and J.-S. Jiang, *The dynamic behaviour and crack detection of a beam with a crack*. Journal of Sound and Vibration, 1990. **138**(2): p. 233-243.
6. Chondros, T.G., A.D. Dimarogonas, and J. Yao, *A continuous cracked beam vibration theory*. Journal of Sound and Vibration, 1998. **215**(1): p. 17-34.
7. Li, Y.Y., et al., *Identification of damage locations for plate-like structures using damage sensitive indices: strain modal approach*. Computers & Structures, 2002. **80** (25): p. 1881-1894.
8. Leonard F, Lanteigne J, Lalonde S and Turcotte Y., *Vibration behavior of a cracked beam*, 18<sup>th</sup> IMAC, San Antonio, Texas, 2000, 7 p.
9. Thomas M. et Laville F., Juin 2005, Simulation des vibrations mécaniques par Matlab, Simulink et Ansys, Éditions ÉTS, ISBN 2-921145-52-9, 702 pages.

## 10. REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier et à reconnaître le soutien financier et technique de : Bombardier aéronautique, Consortium for Research and Innovation in Aerospace in Quebec (CRIAQ) et le centre de recherche de Hydro Québec (IREQ).

## 11. BIOGRAPHIE

Ouahabi Abdelhakim est un étudiant au doctorat en génie de L'ÉTS. Il se spécialise en vibration et en surveillance de l'intégrité structurale.

Marc Thomas est un professeur en génie mécanique de l'école de technologie supérieure, spécialisé en maintenance, fiabilité et vibrations. Il est le président du chapitre Québec de l'association canadienne en vibration de machines (ACVM). Il est le directeur de thèse de Abdelhakim Ouahabi.

Aouni.A. Lakis est un professeur en génie mécanique à l'école Polytechnique de Montréal. Il a obtenu son PhD de génie mécanique à université McGill (Montréal). Ses activités de recherche sont l'analyse temps-fréquences, les vibrations aléatoires et l'interaction fluide-structure. Il a développé un logiciel temps-fréquences convivial et polyvalent, applicable à la maintenance des machines.