<u>Exercices de l'annexe A</u> . Vous trouverez ici les solutions aux numéros 1 a), d), g), n) et p) ; 3 a), b), g) et h) ; 4 j), k) et m).

1- a) $\frac{d}{dt}(3) = 0$ — on utilise la règle 1 des dérivées car 3 est une constante.

d) $\frac{d}{dt}(3t-1) = 3$ — c'est la règle 2, avec a=3 et b=–1.

g) $\frac{d}{dt}\left(-2t^2+3t-6\right) = -2\frac{d}{dt}\left(t^2\right) + \frac{d}{dt}(3t-6)$ — c'est la propriété 1 de l'opérateur linéaire.

$= -2\cdot 2t + 3 = -4t + 3$ — on a utilisé la règle 3 et la règle 2.

n) $\frac{d}{dt}\left(\pi\cos(3t)\right) = \pi\frac{d}{dt}\left(\cos(3t)\right)$ — propriété 1 de l'opérateur linéaire

$= \pi\left(-3\sin(3t)\right)$ — c'est la règle 6

$= -3\pi\sin(3t)$

p) $\frac{d}{dt}\left((4t-3)^2\right) = 4\cdot 2(4t-3)^{2-1}$ — règle 7

$= 8(4t-3)$

3- a) $\int 2\,dt = 2t + C$ — on a appliqué la formule 3 du tableau des intégrales

b) $\int\left(t^2-2t+3\right)dt = \int t^2\,dt - 2\int t\,dt + \int 3\,dt$ — on a utilisé les formules 1 et 2

$= \frac{t^{2+1}}{2+1} - 2\frac{t^2}{2} + 3t + C$ — formules 5, 4 et 3 successivement. Notez qu'on ne met qu'une seule constante d'intégration : quand on a fini de trouver la fonction intégrale.

$= \frac{t^3}{3} - t^2 + 3t + C$

g) $\int 60\cdot\sin(120\pi t)\,dt = 60\left(\frac{-1}{120\pi}\right)\cos(120\pi t) + C$ — c'est la formule 8 du tableau des intégrales

$= \frac{-1}{2\pi}\cos(120\pi t) + C$

h) $\int\left[3e^{-2t} - (2t+5)^{-7}\right]dt = \frac{3}{-2}e^{-2t} - \frac{1}{2}\frac{(2t+5)^{-7+1}}{-7+1} + C$ — on a appliqué la formule 7 pour l'exponentielle, puis la formule 10 pour l'expression $(2t-5)^{-7}$

$= \frac{-3}{2}e^{-2t} + \frac{1}{12}\left(2t+5\right)^{-6} + C$

4- j) Pour passer de $\dfrac{5t^2+3t-1}{t-2}$ à $5t+13+\dfrac{25}{t-2}$, il a fallu effectuer la division des polynômes :

$$\begin{array}{l|l} 5t^2+3t-1 & t-2 \\ \hline \underline{5t^2-10t} & 5t+13 \quad \text{reste} \quad 25 \\ \quad 13t-1 & \\ \quad \underline{13t-26} & \\ \qquad 25 & \end{array}$$

$$\int \left(5t+13+\frac{25}{t-2}\right) dt = 5\frac{t^2}{2}+13t+25\ln\left|\,t-2\,\right|+C$$

formules 4, 3 puis 11 pour le logarithme.

k) Pour évaluer l'intégrale définie $\int_0^1 \left[3-2e^{-4t}\right] dt$, on commence par évaluer la primitive de $3-2e^{-4t}$ et, ensuite, on l'évaluera quand t vaut 1 et quand t vaut 0.

$$\int \left[3-2e^{-4t}\right] dt = 3t-2\frac{1}{-4}e^{-4t} = 3t+\frac{1}{2}e^{-4t}$$

On ne met pas de constante d'intégration car on veut évaluer une intégrale définie. On peut utiliser n'importe quelle primitive, en particulier celle dont la constante d'intégration vaut 0.

$$\int_0^1 \left[3-2e^{-4t}\right] dt = 3t+\frac{1}{2}e^{-4t}\Big|_0^1 = 3\cdot 1+\frac{1}{2}e^{-4\cdot 1}-\left(3\cdot 0+\frac{1}{2}e^{-4\cdot 0}\right)$$

$$= 3+\frac{1}{2}e^{-4}-\frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{5}{2}+\frac{1}{2}e^{-4} = 2{,}5092$$

m) $$\int_1^3 \left(5\cos(2t)+3t^{7/4}\right) dt = \left(\frac{5}{2}\sin(2t)+3\frac{t^{7/4+1}}{11/4}\right)\Bigg|_1^3$$

$$= \left(\frac{5}{2}\sin 6+3\cdot\frac{4}{11}3^{11/4}\right)-\left(\frac{5}{2}\sin 2+3\cdot\frac{4}{11}1^{11/4}\right)$$

$$= \frac{5}{2}\sin 6+\frac{12}{11}\cdot 3^{11/4}-\frac{5}{2}\sin 2-\frac{12}{11}$$

$= 18{,}3179$ on a bien sûr évalué les sinus en radians.