Section 6.9 . Vous trouverez les solutions aux numéros 1, 4, 7, 11, 22, 26, 33, 39, 42, 50, 55, 60, 63 et 64.

1- On utilise la relation $s = rq$, où s est la longueur de l'arc, r est le rayon du cercle et q est l'angle au centre. Ça nous donne $15 = 6q \quad \Rightarrow \quad q = \dfrac{15}{6} = 2{,}5$ radians.

4- a) $\sin q$ est négatif dans les 3^{e} et 4^{e} quadrants ; c'est quand y est négatif.

b) $\cos q$ est négatif dans les 2^{e} et 3^{e} quadrants ; c'est quand x est négatif.

c) $\mathrm{tg}\, q$ est négatif dans les 2^{e} et 4^{e} quadrants ; c'est quand x et y sont de signes contraires [(+,–) ou (–,+)].

7- a) La période de $\cos x$ est $2p$ puisque ça prend un tour complet avant que $\cos x$ reprenne les mêmes valeurs.

b) La période de $\mathrm{cosec}\, x = \dfrac{1}{\sin x}$ est $2p$ puisque la période de $\sin x$ est $2p$.

c) La période de $\mathrm{tg}\, x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ est p parce que, à partir de p jusqu'à $2p$, la fonction $\mathrm{tg}\, x$ reprend exactement les mêmes valeurs que de 0 à p .

11- a) La fonction $\mathrm{tg}\, x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ n'est pas définie quand son dénominateur $[\cos x]$ est égal à 0. C'est donc à $x = \dfrac{p}{2}$ et à $x = \dfrac{3p}{2}$.

b) La fonction $\mathrm{cotg}\, x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$ n'est pas définie quand son dénominateur $[\sin x]$ est égal à 0. C'est à $x = 0$ et à $x = p$.

c) La fonction $\mathrm{cosec}\, x = \dfrac{1}{\sin x}$ n'est pas définie quand son dénominateur $[\sin x]$ est égal à 0. Cela arrive à $x = 0$ et à $x = p$.

22- a) $\mathrm{tg}(x + kp) = \mathrm{tg}\, x$ quelle que soit la valeur entière de k puisque la fonction $\mathrm{tg}\, x$ est p .

b) La période de $\cos x$ est $2p$. C'est dire qu'on peut ajouter $2p$ ou $4p$ ou $6p$ ou ... à l'angle x et obtenir la même valeur. Donc $\cos(x + 2kp) = \cos x$ quelle que soit la valeur entière de k.

26- Quand on cherche $\arccos x$, on cherche l'angle (entre 0 et p) dont le cosinus est égal à *x*. On n'a qu'à se référer au cercle trigonométrique sur lequel on cherche le point où *x*=1 (puisque le cosinus est l'abscisse, sur ce cercle). On trouve que si *x*=1, alors *y*=0 et donc l'angle est 0. $\Rightarrow$ $\arccos(1) = 0$.

33- Commençons par trouver $\arccos\left(\frac{-1}{2}\right)$. Sur le cercle trigonométrique, on trouve que le cosinus de $\frac{2p}{3}$ est $\frac{-1}{2}$. Il suffit donc de calculer $\sin\left(\frac{2p}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

39- a) Si *A* est (8,0), c'est que le rayon du cercle vaut 8. On utilise la relation $s = rq$, avec *s*=20 et *r*=8. Ça nous donne $20 = 8q \quad \Rightarrow \quad q = \frac{20}{8} = 2{,}5$ radians. (On met tout de suite notre calculatrice en mode " radians ")

b) Les coordonnées (*a*,*b*) correspondent à $a = r\cos q$ et $b = r\sin q$.

Donc $a = 8\cos(2{,}5) = 8(-0{,}8011) = -6{,}409$ et $b = 8\sin(2{,}5) = 8 \cdot 0{,}5985 = 4{,}788$.

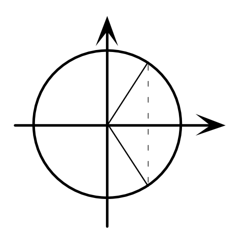
42- Nous allons modifier les deux membres simultanément et tout exprimer en sinus et en cosinus :

$$\text{tg}\, x + \text{cotg}\, x \overset{?}{=} \sec x \,\text{cosec}\, x$$

$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} \overset{?}{=} \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{1}{\sin x}$	On met tout en sinus et en cosinus
$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} \overset{?}{=} \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}$	On met sur des dénominateurs communs
$\sin^2 x + \cos^2 x \overset{?}{=} 1$	On multiplie l'équation par $\sin x \cdot \cos x$
OUI $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	C'est une identité de base.

50- On commence par aller chercher l'angle dans le premier quadrant : $q = \arccos 0{,}2557 = 75{,}185°$.

L'angle qui nous intéresse est dans le 4e quadrant. Pour le trouver, il faut faire la symétrie par rapport à l'axe des *x* et aller voir "en face" dans le cercle trigonométrique. On trouve –75,185°.



55- Isolons d'abord $\sin x$ dans l'équation : $4\sin^2 x - 3 = 0$

$$4\sin^2 x = 3 \quad \Rightarrow \quad \sin^2 x = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \sin x = \frac{\pm\sqrt{3}}{2}$$

On a donc deux cas :

Si on prend $\sin x = \frac{+\sqrt{3}}{2}$, on obtient $x = \frac{p}{3}$ et $x = \frac{2p}{3}$ (même hauteur dans le deuxième quadrant).

Si on prend $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$, on obtient $x = \frac{5p}{3}$ (dans le quatrième quadrant) et $x = \frac{4p}{3}$ (même hauteur dans le troisième quadrant).

On a trouvé toutes les solutions entre 0 et $2p$: $x = \frac{p}{3}, \ \frac{2p}{3}, \ \frac{4p}{3}, \ \frac{5p}{3}$.

60- On connaît deux angles et le côté entre ces deux angles.

Calculons le troisième angle en utilisant le fait que la somme des angles est 180° dans un triangle. On évaluera ensuite les deux autres côtés avec la loi des sinus.

$$g = 180^o - (67^o + 38^o) = 180^o - 105^o = 75^o$$

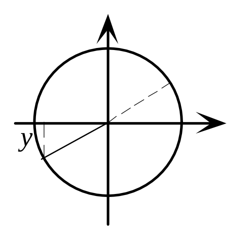
$$\frac{\sin 38}{b} = \frac{\sin 75}{49} \quad \Rightarrow \quad \frac{b}{\sin 38} = \frac{49}{\sin 75} \quad \Rightarrow \quad b = \frac{49 \cdot 0{,}6157}{0{,}9659} = 31{,}23$$

$$\frac{a}{\sin 67} = \frac{49}{\sin 75} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{49 \cdot 0{,}9205}{0{,}9659} = 46{,}7$$

63- Pour calculer facilement la longueur d'un arc de cercle, il faut que l'angle soit donné en radians. Traduisons donc 18° en radians : $18° = 18 \cdot \frac{p}{180} = \frac{p}{10}$ radians

Alors $s = \frac{p}{10} \cdot 6 = \frac{3p}{5} = 1{,}88$ m.

64- Il faut commencer par bien situer l'angle $\frac{-5p}{6}$ dans le cercle.



Cet angle correspond à $\frac{-5p}{6} + 2p = \frac{+7p}{6}$ en tournant dans le sens habituel, qui est le sens anti-horaire. Il suffit maintenant d'évaluer la hauteur (y) du point correspondant sur le cercle. On aura que

$$\sin\left(-5p/6\right) = -\sin\left(p/6\right) = \frac{-1}{2}$$