<u>Section 3-4</u> . Vous trouverez les solutions des numéros 2, 4, 7, 8, 11, 15, 23 et 28.

2- On cherche la valeur qu'on peut donner à x pour que l'équation soit vraie. Il faut transformer l'équation pour isoler cette variable x.

Pour y arriver, on peut commencer par mettre toute l'équation sur un dénominateur commun. Ce sera le plus petit commun multiple de 2, 3 et 4 (les dénominateurs qui sont déjà là), c'est-à-dire 12. Ça nous permettra par la suite de multiplier toute l'équation par 12 et de nous débarrasser du dénominateur et donc des fractions.

$$\frac{5x}{3}-\frac{4+x}{2}=\frac{x-2}{4}+1 \Rightarrow \frac{20x-6(4+x)}{12}=\frac{3(x-2)+12}{12}$$

$20x-6(4+x)=3(x-2)+12$ Et voilà ! on n'a plus de fractions.

$20x-24-6x=3x-6+12$ on a effectué les multiplications

$14x-24=3x+6$ on a regroupé les termes semblables.

$11x=30$ on a soustrait $3x$ et on a additionné 24.

$x=\frac{30}{11}$ on a divisé par 11.

4- On va résoudre ce problème deux fois, avec deux méthodes.

Premièrement, comme dans l'exemple 3-2.1, on va procéder en deux cas :

<u>cas 1.</u> Soit $y+9\geq 0$, c'est-à-dire $|y+9|=y+9$. Ça donne $y\geq -9$.

Il faut donc trouver l'ensemble des valeurs qui satisfont $y+9<5$, sous la contrainte que $y\geq -9$.

En soustrayant 9 des deux côtés, on trouve $y<-4$.

On met nos résultats ensemble : $-9\leq y$ et $y<-4$ donnent $-9\leq y<-4$.

<u>cas 2.</u> Soit $y+9<0$, c'est-à-dire $|y+9|=-(y+9)=-y-9$. Ça donne $y<-9$.

Il faut donc trouver l'ensemble des valeurs qui satisfont $-y-9<5$, sous la contrainte que $y<-9$.

On commence par additionner 9 des deux côtés : $-y<14$.

Il faut maintenant multiplier l'inéquation par –1 pour avoir 1 fois y ; on devra alors changer le signe d'inégalité de côté : $y>-14$.

On met nos résultats ensemble : $-14<y$ et $y<-9$ donnent $-14<y<-9$.

En rassemblant les deux cas, puisque $-14<y<-9$ ou $-9\leq y<-4$, on conclut que $-14<y<-4$.

La deuxième méthode est beaucoup plus courte. On utilise le fait que quand on a une valeur absolue plus petite qu'un nombre (ou bien inférieure ou égale), on peut traiter <u>simultanément</u> les deux inéquations vues dans les deux cas de la première méthode :

$|\,y+9\,|<5$ est équivalente à la double inéquation $-5<y+9<5$

parce que le deuxième cas de la première méthode, $-y-9<5$, est équivalent à $y+9>-5$, ou $-5<y+9$.

On isole *y* dans cette double inéquation en soustrayant 9 dans les 3 membres : $-5-9<y<5-9$.

Ainsi, $-14<y<-4$.

7- Pour que $\sqrt{3-5x}$ représente un nombre réel, il faut que l'intérieur du radical, $3-5x$, soi positif ou nul :

$3-5x \geq 0$

$-5x \geq -3$ en soustrayant 3 des deux côtés

$x \leq \dfrac{3}{5}$ on a divisé par –5 et, puisque c'est un nombre négatif, il a fallu inverser la relation d'ordre (changer le signe d'inégalité de côté).

Donc, $\sqrt{3-5x}$ représente un nombre réel si $x \leq \dfrac{3}{5}$.

8- Comme dans le numéro 2, nous allons commencer par mettre toute l'équation sur un dénominateur commun. Ce sera le plus petit commun multiple de $2-x$ et de $x^2+3x-10$. Pour trouver ce plus petit multiple, il faut décomposer ces deux expressions en facteurs : $x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$ et nous exprimerons $2-x$ comme $2-x=-(x-2)$ pour retrouver les mêmes facteurs dans les deux.

$$\frac{7}{2-x}=\frac{10-4x}{x^2+3x-10} \Rightarrow \frac{-7}{x-2}=\frac{10-4x}{(x+5)(x-2)}$$

$\dfrac{-7(x+5)}{(x-2)(x+5)}=\dfrac{10-4x}{(x+5)(x-2)}$ on a mis le membre de gauche de l'équation sur le même dénominateur que le membre de droite

$-7(x+5)=10-4x$ on a multiplié par $(x+5)(x-2)$: on s'est débarrassé du dénominateur

$-7x-35=10-4x$ on a effectué la multiplication

$-3x=45$ on a additionné 4*x* et on a additionné 35

$x=-15$ on a divisé par –3

Nous vérifions que $x=-15$ est une bonne valeur dans l'équation du début. Il faut toujours effectuer cette vérification quand on part d'une équation où la variable apparaît au dénominateur; on évite ainsi les cas où on diviserait par 0.

$$\frac{7}{2-(-15)}=\frac{10-4(-15)}{(-15)^2+3(-15)-10} \Rightarrow \frac{7}{2+15}=\frac{10+60}{225-45-10}$$

$\frac{7}{17} = \frac{70}{170}$ ce qui est vrai.

La valeur $x = -15$ est donc bonne et c'est la seule solution à l'équation.

11- Ici, il faut absolument procéder en étudiant les deux cas car l'inéquation est "valeur absolue $\geq$ un nombre".

<u>cas 1</u>. Soit $3x - 8 \geq 0$, c'est-à-dire $x \geq \frac{8}{3}$

Alors $3x - 8 > 2 \quad \Rightarrow \quad 3x > 10 \quad \Rightarrow \quad x > \frac{10}{3}$

$\frac{10}{3} \geq \frac{8}{3}$; donc $x > \frac{10}{3}$ est donc une partie de l'ensemble-solution

<u>cas 2</u>. Soit $3x - 8 < 0$, c'est-à-dire $x < \frac{8}{3}$

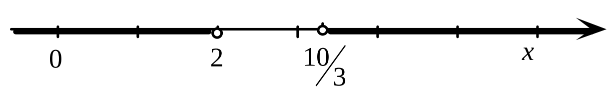
Alors $|3x - 8| = -3x + 8$

Résoudre l'inéquation $-3x + 8 > 2$ est équivalent à résoudre l'inéquation $3x - 8 < -2$

On obtient donc $3x < 6 \quad \Rightarrow \quad x < 2$

$2 < \frac{8}{3}$; donc $x < 2$ constitue donc la deuxième partie de l'ensemble-solution

On a donc $x < 2$ ou $x > \frac{16}{3}$:



15- Pour que $\sqrt{\frac{x+4}{2-x}}$ représente un nombre réel, il faut que l'intérieur du radical existe (c'est-à-dire que le dénominateur ne soit pas 0) **<u>et</u>** qu'il soit positif. Les facteurs à considérer sont $x + 4$ et $2 - x$; les racines sont donc –4 et 2. Construisons le tableau des signes.

	$-\infty < x < -4$	$x = -4$	$-4 < x < 2$	$x = 2$	$2 < x < \infty$
$x+4$	–	0	+	+	+
$2-x$	+	+	+	0	–
$\frac{x+4}{2-x}$	–	0	+	$\nexists$	–
$\sqrt{\frac{x+4}{2-x}}$	$\nexists$	0	+	$\nexists$	$\nexists$

On peut donc avoir $x = -4$ ou $-4 < x < 2$.

L'ensemble des valeurs qui font que $\sqrt{\frac{x+4}{2-x}}$ représente un nombre réel est $[-4, 2[$.

23- On sait que $a > b$. Donc, en divisant par b (qui est <u>négatif</u>) on aura $\frac{a}{b} < \frac{b}{b}$

Et voilà ! $\frac{a}{b} < 1$

28- Supposons qu'on ait *x* millilitres de la première solution (à 80%) et *y* millilitres de la deuxième solution (à 30%) . Ça nous donne donc 0,8**x* millilitres d'alcool provenant de la première solution et 0,3**y* millilitres d'alcool provenant de la deuxième solution.

On veut avoir 50 millilitres de solution à 60%, c'est-à-dire 0,6*50=30 millilitres d'alcool sur les 50 millilitres du mélange final.

De plus, on veut que $x + y = 50$.

Ces deux contraintes nous donnent deux équations :

$$\begin{cases} 0{,}8x + 0{,}3y = 30 \\ x + y = 50 \end{cases}$$

Pour résoudre ces deux équations (trouver les valeurs de *x* et de *y*), isolons la variable *y* dans la deuxième équation : $y = 50 - x$ puis introduisons ce renseignement dans la première équation : $0{,}8x + 0{,}3(50 - x) = 30$, ce qui donne $0{,}8x + 15 - 0{,}3x = 30 \quad \Rightarrow \quad 0{,}5x = 15 \quad \Rightarrow \quad x = 30$

Donc $y = 50 - 30 = 20$

Pour avoir un mélange de 50 millilitres qui contient 60% d'alcool, il faut prendre 30 millilitres de la solution à 80% d'alcool et 20 millilitres de la solution à 30 % d'alcool.