<u>Section 4-10</u> . Vous trouverez les solutions des numéros 1, 3, 5, 7, 11, 14, 20, 21 et 28.

1- a) $f(x) = x^3$ est une bijection car si $a \neq b$, alors $a^3 \neq b^3$.

b) $g(x) = (x-2)^2$ n'est pas une bijection car, par exemple, $g(1) = g(3) = 1$ (entre autres).

c) $h(x) = 2x - 3$ est une bijection car si $a \neq b$, alors $2a - 3 \neq 2b - 3$ puisque $2a \neq 2b$.

d) $F(x) = (x+3)^2,\ x \geq -3$, est une bijection car si $a \neq b$ et qu'ils sont supérieurs à –3, alors $(a+3)^2 \neq (b+3)^2$; graphiquement, on a seulement la branche de droite de la parabole $y = (x+3)^2$.

3- a) Posons $y = f^{-1}(x)$. On cherchera à isoler *y* dans $x = f\left(f^{-1}(x)\right) = f(y)$.

Calculons $f(y) = \sqrt{y-1}$

On a donc à résoudre pour *y* : $x = \sqrt{y-1}$

$$x^2 = y - 1 \text{ et } y = x^2 + 1.$$

Donc $f^{-1}(x) = x^2 + 1$.

b) $Dom(f) = \operatorname{Im}(f^{-1}) = \{x \mid x - 1 \geq 0\} = [1, \infty[$

$Dom(f^{-1}) = \operatorname{Im}(f) = \left\{y \,\middle|\, y = \sqrt{x-1} \text{ peut être atteint}\right\} = [0, \infty[$

c) Les graphes sont faits dans les réponses à la page 130.

5-

$$\begin{array}{l|l}
2x^3 + 3x^2 \qquad -1 & \underline{x+2} \\
\underline{2x^3 + 4x^2} & 2x^2 - x + 2 \\
\quad -x^2 \qquad -1 & \\
\quad \underline{-x^2 - 2x} & \\
\qquad 2x - 1 & \\
\qquad \underline{2x + 4} & \\
\qquad\ -5 &
\end{array}$$

$Q(x) = 2x^2 - x + 2$

$R = -5$

$2x^3 + 3x^2 - 1 = (x+2)(2x^2 - x + 2) - 5$

7- Si un nombre complexe est un zéro d'un polynôme, alors son conjugué est également un zéro de ce polynôme (puisque les nombres complexes apparaissent toujours en paires conjuguées). Donc si 1+*i* est un zéro de *P*(*x*), alors 1–*i* doit en être un autre, c'est-à-dire *P*(1–*i*) = 0.

11- Divisons $8x^4 - 14x^3 - 13x^2 - 4x + 7$ par $x - \frac{1}{4}$:

$$\begin{array}{l|l}
8x^4 - 14x^3 - 13x^2 - 4x + 7 & x - 1/4 \\ \cline{2-2}
\underline{8x^4 - 2x^3} & 8x^3 - 12x^2 - 16x - 8 \\
\quad -12x^3 - 13x^2 - 4x + 7 & \\
\quad \underline{-12x^3 + 3x^2} & \\
\qquad -16x^2 - 4x + 7 & \\
\qquad \underline{-16x^2 + 4x} & \\
\qquad\quad -8x + 7 & \\
\qquad\quad \underline{-8x + 2} & \\
\qquad\qquad 5 &
\end{array}$$

Alors $Q(x) = 8x^3 - 12x^2 - 16x - 8$

et $R = 5$

Donc $P\left(1/4\right) = R = 5$.

14- Il suffit d'évaluer $P(-1)$ puisque $x + 1 = x - (-1)$. Si $P(-1) = 0$, alors on pourra dire que $x + 1$ est un facteur de $P(x)$.

$$\begin{aligned}
P(-1) &= 9(-1)^{26} - 11(-1)^{17} + 8(-1)^{11} - 5(-1)^4 - 7 \\
&= 9(1) - 11(-1) + 8(-1) - 5(1) - 7 \\
&= 9 + 11 - 8 - 5 - 7 = 0 .
\end{aligned}$$

<u>Oui</u>, $x + 1$ est un facteur de $P(x)$.

20-a) Posons $y = f^{-1}(x)$. On cherchera à isoler y dans $x = f\left(f^{-1}(x)\right) = f(y)$.

On cherche à isoler y dans $x = \frac{y+2}{y-3}$: $x(y-3) = y + 2$

$$\begin{aligned}
xy - 3x &= y + 2 \\
xy - y &= 3x + 2 \\
y(x-1) &= 3x + 2 \\
y &= \frac{3x+2}{x-1}
\end{aligned}$$

Donc $f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{x-1}$

b) $f^{-1}(3) = \frac{3 \cdot 3 + 2}{3 - 1} = \frac{11}{2}$

c) $f^{-1}\left(f(x)\right) = \frac{3 \cdot f(x) + 2}{f(x) - 1}$

$= \dfrac{3\dfrac{x+2}{x-3}+2}{\dfrac{x+2}{x-3}-1}$ en remplaçant $f(x)$ par sa valeur.

$= \dfrac{\dfrac{3(x+2)+2(x-3)}{x-3}}{\dfrac{x+2-(x-3)}{x-3}}$ en mettant sur un dénominateur commun

$= \dfrac{\dfrac{3x+6+2x-6}{x-3}}{\dfrac{x+2-x+3}{x-3}}$ en effectuant les multiplications

$= \dfrac{\dfrac{5x}{x-3}}{\dfrac{x-3}{5}}$ en simplifiant

$= \dfrac{5x}{x-3}\cdot\dfrac{x-3}{5}$ en multipliant par l'inverse du dénominateur

$= \dfrac{5x}{5}$ en simplifiant les $(x-3)$

$f^{-1}(f(x)) = x$. Tel que prévu ! ! !

21- Si ce polynôme possède des racines rationnelles, elles doivent être parmi $\pm\frac{1}{2}, \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$.

On essaie $P\left(\frac{1}{2}\right) = \dfrac{2}{8} - \dfrac{3}{4} - \dfrac{18}{2} - 8 = \dfrac{-1}{2} - 9 - 8 \neq 0$; $P\left(-\frac{1}{2}\right) = \dfrac{-2}{8} - \dfrac{3}{4} + \dfrac{18}{2} - 8 = \dfrac{-1}{4} - \dfrac{3}{4} + 9 - 8 = 0$. $\dfrac{-1}{2}$ est donc une racine de $P(x)$.

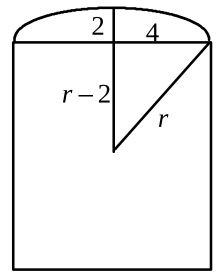
Pour trouver les autres (s'il y en a), on peut diviser $P(x)$ par $\left(x+\frac{1}{2}\right)$. On obtient que

$$2x^3 - 3x^2 - 18x - 8 = \left(x+\tfrac{1}{2}\right)\left(2x^2 - 4x - 16\right) = \left(x+\tfrac{1}{2}\right)2\left(x^2 - 2x - 8\right)$$

$$= 2\left(x+\tfrac{1}{2}\right)(x-4)(x+2)$$

Les racines sont donc $\dfrac{-1}{2}$, 4 et –2.

28- D'après le dessin, dans le triangle du bas, on a que $r^2 = 4^2 + (r-2)^2$ puisque r est l'hypoténuse du triangle rectangle.



Donc $r^2 = 16 + r^2 - 4r + 4$

$\Rightarrow \quad 4r = 20$

Le rayon mesure 5 pieds.