

ANALYSE MODALE OPÉRATIONNELLE EN PRÉSENCE D'EXCITATIONS HARMONIQUES : ÉTUDE DE CAS SUR DES COMPOSANTES DE TURBINE HYDROÉLECTRIQUE

Martin Gagnon¹, S.-Antoine Tahan¹, André Coutu², Marc Thomas¹

¹ *École de Technologie Supérieure, Montréal, Québec*

² *GE Energie, Lachine, Québec*

ABSTRACT

The prediction of modal properties is essential to understand and predict the dynamic behavior of structures. In order to correlate with analytical and numerical tools, experimental validation methods need to be developed. With the collaboration of GE Energy, the use of Operational Modal Analysis to identify modal parameters directly from field test data has been investigated. The Natural Excitation Technique (NExT) using Least Square Complex Exponential (LSCE) method has been tested on the field test data from the stay vanes of a hydroelectric turbine. This paper contains the theoretical overview of the LSCE method and a modified version that allows taking into account harmonic excitations. Furthermore, an analysis of the effect of harmonic excitation using simulated data, the results from the *in situ* data and a comparison with analytical predictions are exposed.

1 INTRODUCTION

L'analyse modale expérimentale traditionnelle nécessite la connaissance des forces d'excitation pour estimer les paramètres modaux d'une structure. L'analyse modale opérationnelle (OMA) n'est pas contrainte par cette exigence. Elle considère une excitation parfaitement aléatoire et estime les paramètres modaux à partir de cette hypothèse. En fait, les structures sont généralement soumises à une combinaison d'excitations aléatoires et harmoniques. Puisque l'analyse modale opérationnelle considère l'excitation comme purement aléatoire, elle considérera les excitations harmoniques comme des modes virtuels ayant un amortissement nul.

Il existe plusieurs méthodes d'analyse modale opérationnelle. Nous pouvons citer :

- Les méthodes basées sur la fonction de corrélation (Natural Excitation Technique ou NExT) [1-5].
- Les méthodes traitant le signal temporel directement en utilisant des méthodes auto régressive de type ARMA [6-7]
- Les méthodes utilisant des sous espaces [8]
- Les méthodes fréquentielles [9]

Cet article propose d'examiner l'impact de la présence d'excitations harmoniques sur la méthode d'analyse modale opérationnelle. Deux approches de type NExT basées sur la méthode des moindres carrés exponentiels complexes (LSCE) seront abordées. La

première méthode ne tient pas compte des excitations harmoniques [1] et la seconde permet d'inclure dans l'algorithme d'identification les fréquences harmoniques connues [2]. Les deux méthodes seront comparées à l'aide d'un modèle analytique connu. Finalement, la méthode LSCE sera utilisée pour extraire les fréquences de résonance sur les avant-directrices d'une turbine hydroélectrique en opération [10].

2 MÉTHODES DES MOINDRES CARRÉS EXPONENTIELS COMPLEXES (LSCE)

Deux variations de la méthode LSCE sont présentées dans cet article. La première, plus commune, ne tient pas compte des excitations harmoniques. Cette approche emploie les fonctions de corrélation entre les signaux des différents capteurs pour former un système d'équations qui sera résolu à l'aide de la méthode des moindres carrés. À partir de ces résultats, il est possible d'extraire les fréquences et amortissements associés. La seconde méthode, qui est une variante de la première, introduit les effets connus des excitations harmoniques dans le système d'équations. Le but d'une telle démarche est une identification plus fine des paramètres modaux de la structure.

2.1 Méthode LSCE

L'utilisation des fonctions de corrélation (éq. 2.1) entre les signaux des différents capteurs en réponse à une excitation du type impulsion est à la base de la méthode LSCE.

$$R_{ij}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} q_i(\tau) q_j(\tau - t) d\tau = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{ri} A_{ri}}{m_r^d \omega_r^d} e^{-\zeta_r \omega_r^n t} \sin(\omega_r^d t + \theta_r) \quad (2.1)$$

où :

- ϕ_{ri} i^e composante du mode r
- A_{ri} constante associée au r^e mode à la j^e réponse du signal
- m_r masse modale
- ω_r^n pulsation naturelle du mode r (rad/s)
- ζ_r taux d'amortissement du mode r
- $\omega_r^d = \omega_r^n \sqrt{1 - \zeta_r^2}$ pulsation naturelle amortie (rad/s)
- θ_r phase du mode r (rad)

Puisque la fonction de corrélation est une somme d'oscillations amorties, on peut la réécrire sous la forme suivante :

$$R_{ij}(k\Delta t) = \sum_{r=1}^N \psi_{ri} e^{s_r k\Delta t} C_{ij} + \sum_{r=1}^N \psi_{ri}^* e^{s_r^* k\Delta t} C_{ij}^* \quad (2.2)$$

où :

$$s_r = \omega_r \zeta_r + i \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2} \quad \text{valeur propre}$$

- C_{rj} constante associé au r^e mode de la j^e réponse du signal
- ψ_{ri} i^e composante du mode r
- *
- indiquant le conjugué complexe

En effectuant la somme de chaque mode complexe, l'équation suivante est obtenue :

$$R_{ij}(k\Delta t) = \sum_{r=1}^{2N} C_{rij} e^{s_r k \Delta t} \quad (2.3)$$

Cette équation est ensuite ramenée sous une forme polynomiale:

$$\beta_0 + \beta_1 V_r^1 + \beta_2 V_r^2 + \dots + \beta_{2N-1} V_r^{2N-1} + \beta_{2N} V_r^{2N} = 0 \quad (2.4)$$

avec $V_r = e^{s_r \Delta t}$ et $\beta_{2N} = 1$

De plus, en effectuant la somme de chaque réponse k multipliée par β_k , l'équation devient :

$$\sum_{k=0}^{2N} \beta_k R_{ij}(k\Delta t) = \sum_{k=0}^{2N} \left(\beta_k \sum_{r=1}^{2N} C_{rij} V_r^k \right) = \sum_{r=1}^{2N} \left(C_{rij} \sum_{k=0}^{2N} \beta_k V_r^k \right) = 0 \quad (2.5)$$

Les coefficients β_k sont obtenus en solutionnant l'équation suivante :

$$\beta_0 R_0 + \beta_1 R_1 + \dots + \beta_{2N-1} R_{2N-1} = -R_{2N} \quad (2.6)$$

Cette équation, réorganisée sous la forme d'un système linéaire devient, en utilisant toutes les fonctions de corrélation disponibles:

$$\begin{bmatrix} [R]_{11} \\ [R]_{12} \\ \vdots \\ [R]_{qp} \end{bmatrix} \{\beta\} = - \begin{bmatrix} [R']_{11} \\ [R']_{12} \\ \vdots \\ [R']_{qp} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

La résolution de ce système d'équation permet d'obtenir les coefficients de l'équation 2.4 dont les zéros contiennent l'information sur les modes.

2.2 Méthode LSCE modifiée pour tenir compte des excitations harmoniques

L'équation 2.7 peut être modifiée pour inclure les équations des excitations harmoniques du système et ainsi obtenir un algorithme modifié. Cet algorithme modifié permettra de tenir compte des excitations harmoniques connues. Pour une excitation harmonique donnée, le système d'équation peut s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} 0 & \sin(\omega_r \Delta t) & \dots & \sin(\omega_r (2N-1)\Delta t) \\ 1 & \cos(\omega_r \Delta t) & \dots & \cos(\omega_r (2N-1)\Delta t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{2N-1} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \sin(2N\omega_r \Delta t) \\ \cos(2N\omega_r \Delta t) \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

En ajoutant les excitations harmoniques au système d'équations linéaires 2.7, on obtient :

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} R_0 & \dots & R_{2N-1} \\ \vdots & & \vdots \\ R_{Lp-1} & \dots & R_{Lp+2m-2} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} R_{2m} & \dots & R_{2N-1} \\ \vdots & & \vdots \\ R_{Lp+2m-1} & \dots & R_{Lp+2N-2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & \dots & \sin(\omega_1 (2m-1)\Delta t) \\ 1 & \dots & \cos(\omega_1 (2m-1)\Delta t) \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & \sin(\omega_m (2m-1)\Delta t) \\ 1 & \dots & \cos(\omega_m (2m-1)\Delta t) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sin(\omega_1 2m\Delta t) & \dots & \sin(\omega_1 (2N-1)\Delta t) \\ \cos(\omega_1 2m\Delta t) & \dots & \cos(\omega_1 (2N-1)\Delta t) \\ \vdots & & \vdots \\ \sin(\omega_m 2m\Delta t) & \dots & \sin(\omega_m (2N-1)\Delta t) \\ \cos(\omega_m 2m\Delta t) & \dots & \cos(\omega_m (2N-1)\Delta t) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{2m-2} \\ \beta_{2m-1} \\ \beta_{2m} \\ \vdots \\ \beta_{2m-1} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} R_{2N} \\ \vdots \\ R_{Lp+2N-1} \\ \sin(\omega_1 2N\Delta t) \\ \cos(\omega_1 2N\Delta t) \\ \vdots \\ \sin(\omega_m 2N\Delta t) \\ \cos(\omega_m 2N\Delta t) \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

3 MODÈLE ANALYTIQUE

Pour valider le potentiel des deux méthodes, un modèle analytique à 10 degrés de liberté (voir figure 3.1) a été utilisé.

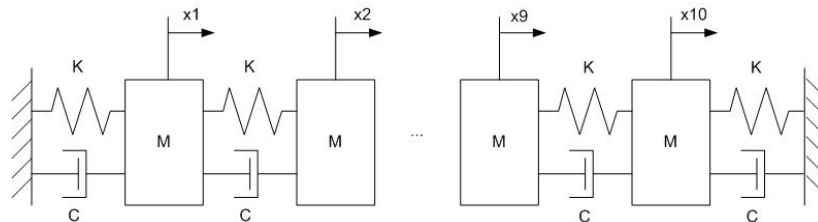


Figure 3.1 Schéma du model analytique

Trois excitations indépendantes ont été appliquées sur le modèle : deux excitations aléatoires (sur les nœuds 2 et 6) et une excitation harmonique sur le nœud 9. Un bruit aléatoire a été ajouté à la réponse pour représenter les erreurs dues à l'incertitude de mesure. L'amplitude efficace du bruit a été considérée comme étant de l'ordre de 10% de l'amplitude de la réponse du système et équivalente à environ 40% de l'amplitude de la réponse en l'absence de l'excitation harmonique. Les réponses des nœuds 2,3 et 9 ont été sélectionnées arbitrairement pour effectuer l'analyse modale. Les trois premiers modes du système analytique sont 45.3 Hz, 89.6 Hz et 132.1 Hz. Les résultats considérant des excitations harmoniques de 50 Hz, 48 Hz et 47 Hz sont présentés sur les figures 3.2 à 3.7. Ces figures montrent l'ordre du model utilisé pour les calculs en fonction de la fréquence identifiée. Elles correspondent à un diagramme de stabilité des résultats et une fréquence est clairement identifiée lorsque celle-ci reste stable lorsqu'on augmente l'ordre du model.

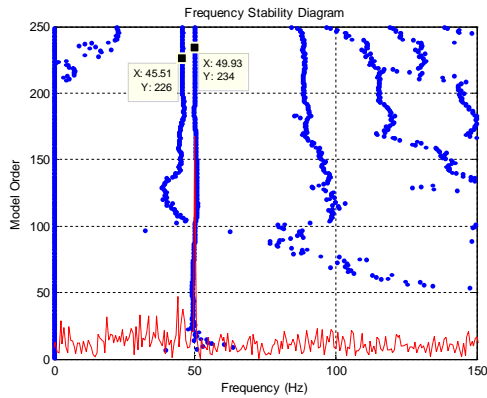


Figure 3.2 LSCE

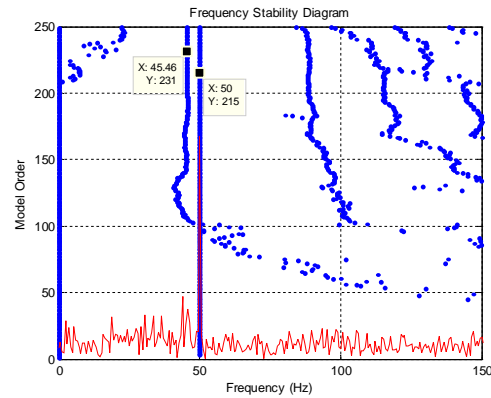


Figure 3.3 LSCE modifié

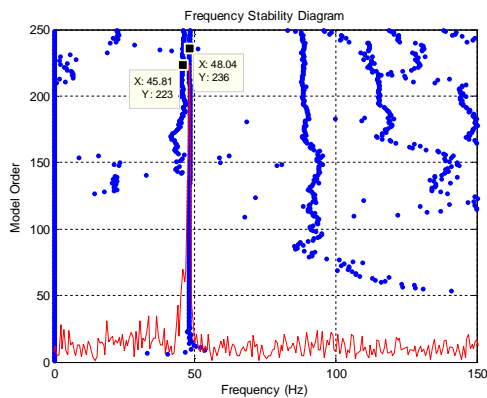


Figure 3.4 LSCE

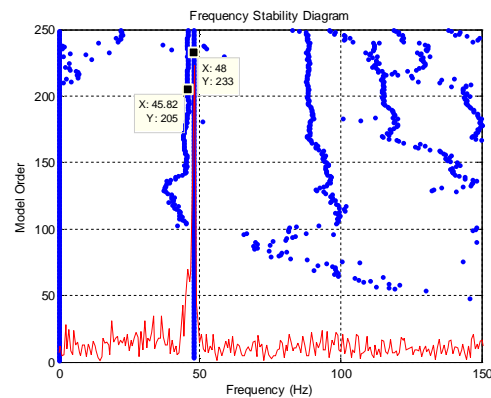


Figure 3.5 LSCE modifié

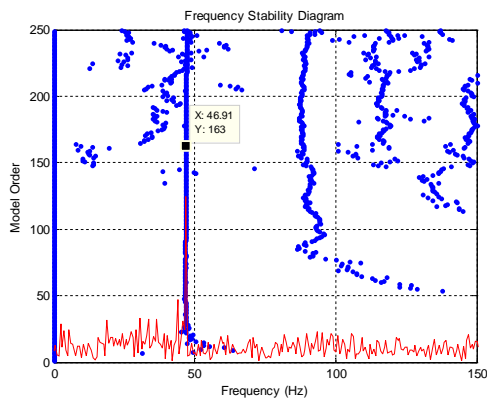


Figure 3.6 LSCE

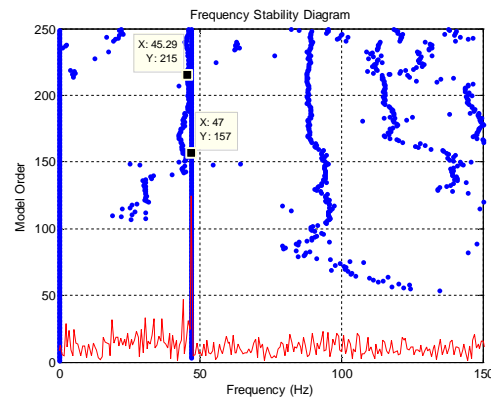


Figure 3.7 LSCE modifié

Suite aux essais effectués, il est constaté qu'avec une excitation harmonique relativement éloignée d'une des fréquences de résonance, les résultats sont similaires avec les deux méthodes. Les figures 3.2 et 3.3 montrent que la différence entre les deux méthodes d'identification est négligeable lorsque la fréquence d'excitation est relativement éloignée (5 Hz) de la fréquence de résonance.

Cependant lorsque la fréquence d'excitation approche une résonance (3 et 2 Hz dans le cas présent), l'utilisation de l'algorithme modifié permet une meilleure identification. On peut constater que la fréquence du premier mode est mieux identifiée avec l'algorithme modifié (figures 3.4 et 3.5).

Dans le cas où la différence entre ces deux fréquences est faible (moins de 2 Hz dans le cas présent), l'algorithme standard est incapable de distinguer les deux fréquences et d'identifier le mode (figure 3.6). La méthode LSCE modifiée permet de palier à ce problème. La figure 3.7 montre en effet que la méthode LSCE modifiée permet une identification malgré la proximité (2 Hz) de la fréquence d'excitation. Elle pourrait être utilisée en tout temps puisqu'elle ne nuit pas à l'identification dans les autres cas.

4 ÉTUDES DE CAS

Avec la collaboration de GE Énergie, il a été possible d'explorer les performances de la méthode LSCE en utilisant les signaux enregistrés sur deux types d'avant-directrices sur une turbine hydroélectrique en fonctionnement (voir figure 4.1). Chacune des avant-directrices a été instrumentée avec 4 jauges de déformation : deux jauges de chaque côté situées à une des extrémités.

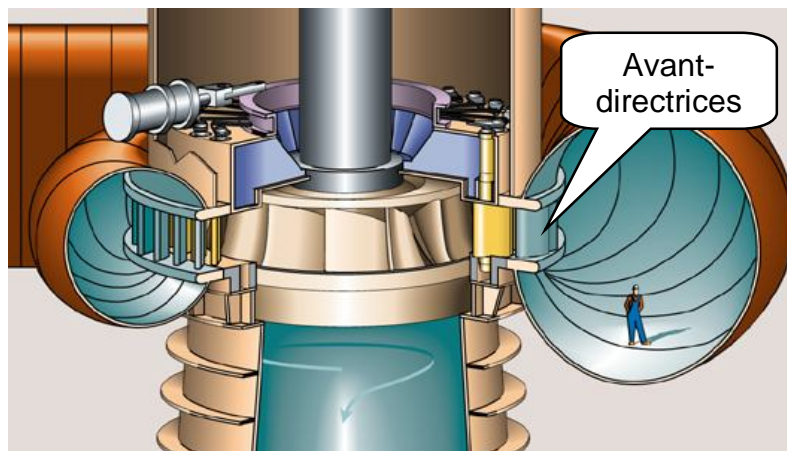


Figure 4.1 Avant-directrices

Trois conditions de fonctionnement ont été analysées : à vide, à 50% de la puissance et à 100% de la puissance. La turbine tourne à 100 rpm. Elle possède 13 aubes et 20 avant-directrices. La fréquence de passage des aubes de la turbine est 21 Hz et la fréquence du générateur est 60 Hz. Étant une structure relativement simple dont le comportement dynamique est bien connu, les avant-directrices permettent de valider les résultats obtenus. Le tableau 4.1 regroupe les résultats obtenus pour chacune des avant-directrices.

Tableau 4.1 Résultats expérimentaux en fonction de la charge

Puissance	Fréquence naturelle [Hz]					
	Avant directrice 1			Avant directrice 2		
à vide	85	188	239	81.5	186	223
50%	86	188	239	81	186	223
100%	86	188	-	81	186	-

Les résultats de la première avant-directrice sont présentés aux figures 4.2 à 4.4. Chaque figure présente les fréquences identifiées en fonction de l'ordre du modèle superposé à la densité spectrale de la première jauge. Le tableau 4.2 compare les résultats analytiques obtenus lors de la conception avec les résultats *in situ* obtenus avec la méthode LSCE.

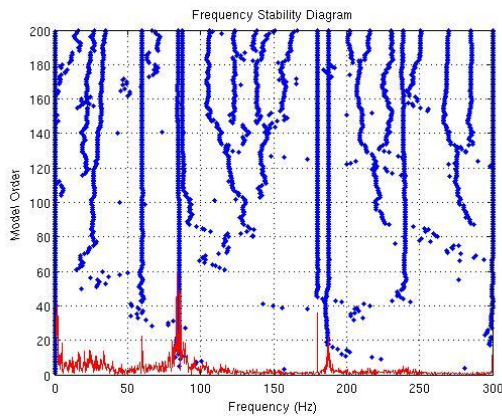


Figure 4.2 Avant directrice (à vide)

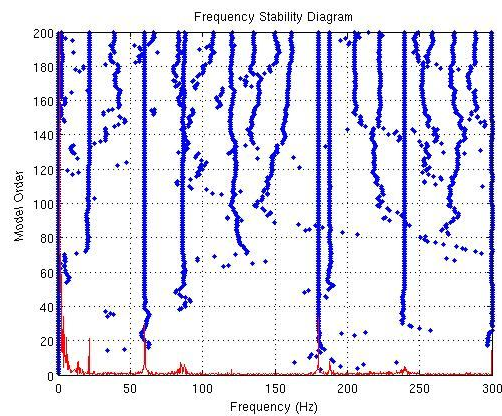


Figure 4.3 Avant directrice 1 - 50%

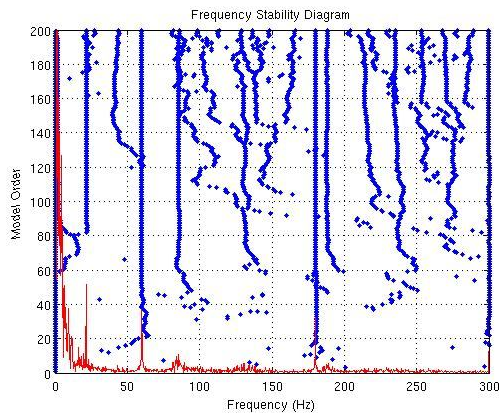


Figure 4.4 Avant directrice 1 – 100%

La fréquence de passage des aubes de la turbine (21 Hz) est identifiée à 50% et 100% de la puissance (figures 4.2 et 4.3). À toutes les puissances, le premier harmonique (60 Hz) et le troisième harmonique (180 Hz) de la fréquence du générateur sont identifiés. Après avoir repéré les excitations harmoniques contenues dans le signal, les fréquences des modes de la structure peuvent maintenant être reconnues. Trois modes sont ainsi

identifiés sur chacune des avant-directrices. Toutefois, le troisième mode à 100% de la puissance n'est pas clairement identifiable. Ce phénomène peut être expliqué par un écoulement moins turbulent à pleine puissance et par l'augmentation du niveau d'amortissement avec la vitesse de l'écoulement. Considérant un niveau de bruit dans le système quasi constant, une réduction de la réponse de la structure au niveau de ses modes rend l'identification plus difficile. En effet, la méthode dépend de la présence d'une excitation suffisante pour exciter les modes de la structure. Cette hypothèse reste à explorer et à valider lors de travaux futurs.

Tableau 4.2 Résultats analytiques versus LSCE

Mode de vibration	Fréquence [Hz]	
	Analytique	LSCE
Avant directrice no.1		
1 ^{er} mode de flexion	87	86
2 ^e mode de flexion	188	188
1 ^{er} mode de torsion	221	239
Avant directrice no.2		
1 ^{er} mode de flexion	82	81
2 ^e mode de flexion	187	186
1 ^{er} mode de torsion	214	223

5 CONCLUSION

Cet article a permis d'explorer l'impact de la présence de fréquences d'excitations harmoniques sur l'analyse modale opérationnelle en utilisant 2 versions de la méthode LSCE grâce à un modèle analytique et une validation avec des données collectées *in situ* sur une turbine hydroélectrique. Avec ce type de méthode, les fréquences d'excitation harmonique apparaissent comme des modes virtuels et elles peuvent empêcher l'identification des fréquences de résonance lorsqu'elles sont à proximité de la fréquence d'un mode réel. La méthode LSCE modifiée a permis une identification plus efficace même lorsque les fréquences étaient rapprochées, et ce, sans affecter la qualité de l'identification dans les autres cas. La méthode LSCE a été appliquée sur les données provenant des avant-directrices d'une turbine hydroélectrique en fonctionnement. Les résultats démontrent que les fréquences des trois premiers modes de cette structure peuvent être clairement identifiées à diverses conditions d'opération. Toutefois, des limites à l'application de cette méthode ont été constatées car le troisième mode n'a pas été clairement identifié à pleine charge.

L'utilisation et la validation de méthodes d'analyse modale opérationnelle ouvrent la voie à une meilleure compréhension du comportement dynamique des structures telles les composantes de turbine hydroélectriques. Par contre, une meilleure compréhension du potentiel et des limites de ces méthodes demeure nécessaire pour en étendre l'application.

6 RÉFÉRENCES

- [1] George H., and al., *The Natural Excitation Technique (NExT) for Modal Parameter Extraction From Operating Wind Turbines*, in SAND92-1666. 1993, Sandia National Laboratories: Albuquerque.
- [2] Mohanty, P. and D.J. Rixen, *Operational modal analysis in the presence of harmonic excitation*. Journal of Sound and Vibration, 2004. 270(1-2): pp. 93-109.
- [3] Shen, F., and al., *Using then cross-correlation technique to extract modal parameters on response-only data*. Journal of Sound and Vibration, 2003. 259(5): pp. 1163-1179.
- [4] Mohanty, P. and D.J. Rixen. *A modified Ibrahim time domain algorithm for operational modal analysis including harmonic excitation*. Journal of Sound and Vibration, 2004. 275(1-2): pp. 375-390
- [5] Mohanty, P. and D.J. Rixen. *Modified ERA method for operational modal analysis in the presence of harmonic excitations*. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006. 20(1): pp. 114-130
- [6] M. Smail, M. Thomas and A. Lakis. *ARMA models for modal analysis: effect of model orders and sampling frequency*. Mechanical Systems and Signal Processing, 1999. 13(6): pp. 925-941
- [7] M. Smail, M. Thomas and A. Lakis. *Assessment of optimal ARMA model orders for modal analysis*. Mechanical Systems and Signal Processing, 1999 13(5): pp. 803-819
- [8] Peeters, B. and G.D. Roeck, *Stochastic System Identification for Operational Modal Analysis: A Review*. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2001. 123: pp. 659-667.
- [9] P. Verboven, P. Guillaume, B. Cauberghe, S. Vanlanduit and E. Parloo. *Modal parameter estimation from input/output Fourier data using frequency-domain maximum likelihood identification*. Journal of Sound and Vibration, 2004. 276(3-5): pp. 957-979
- [10] Gagnon, M., Tahan, S.-A. and Coutu, A. *Modal analysis of hydraulic turbine components from measurements during operation*. Hydrovision 2006, Portland, Oregon, USA

7 REMERCIEMENTS

Le programme de bourses d'études supérieures à incidence industrielle du CRSNG et la compagnie GE Energy sont vivement remerciés pour leur support financier et technique.

8 BIOGRAPHIE

Martin Gagnon est un étudiant de maîtrise en génie mécanique à l'École de Technologie Supérieure. Il a effectué ces travaux de recherche durant la dernière année de son diplôme d'ingénieur.

Antoine Tahan est un professeur en génie mécanique de l'École de Technologie Supérieure, spécialisé en maintenance, fiabilité et qualité. Il est le directeur de maîtrise de Martin Gagnon.

Proceedings of the 24th Seminar on machinery vibration, paper B5- *Canadian Machinery Vibration Association*, ISBN 2-921145-61-8, Montréal.

André Coutu est leader technique responsable des analyses mécaniques chez GE Energie et est spécialisé dans la conception et le comportement mécanique des turbines hydrauliques.

Marc Thomas est un professeur en génie mécanique de l'École de Technologie Supérieure, spécialisé en maintenance, fiabilité et vibrations. Il est le président du chapitre Québec de l'association canadienne en vibration de machines (CMVA). Il est le co-directeur de maîtrise de Martin Gagnon.